أفضل النقط القـرابية والنقاط الثابتة للرواسم غير الخطية

إعداد
غادة نـايف النمر

رسالة مقدمة لنيل درجة الدكتوراه في
العلوم (رياضيات)

المشرف
أ.د. نصير شهزاد محمد أيوب
و
د. مريم علي الغامدي

جامعة الملك عبدالعزيز
١٤٣٨ هـ-٢٠١٧ م

المستخلص

في هذه الرسالة تم استرجاع بعض المفاهيم الأساسية في التحليل الدالي وعُرضت دالة المسافة لبومبيو-هاوسدورف والرواسم المجموعية بشكل مختصر، كما ذُكر العديد من نظريات النقطة الثابتة للرواسم أحادية القيمة والمجموعية التقلصية وغير التمددية، كذلك للرواسم المجموعية شبه المتصلة علوياً، وسُلط الضوء على السمات البارزة لمجموعة أفضل تقريب والإسقاط المتري والعديد من نتائج أفضل النقط القرابية.

كما قدم برهان مختصر لنتيجة حديثة، وأُثبت وجود أفضل نقطة قرابية لراسم مجموعي شبه متصل علوياً يتبدل مع عائلة من الرواسم أحادية القيمة والمتصلة نسبياً من النوعu. كما أدُرجت نظرية النقطة الثابتة المشتركة لمجموعة من الرواسم التآلفية شبه المتصلة نسبياً من النوع u و تعميم لنظرية Markov-Kakutani لأفضل النقط القُرابية لفضاءات بناخ المحدبة قطعاً، أيضاً أثبت وجود أفضل نقطة قرابية لراسم مجموعي شبه متصل علوياً يتبدل مع عائلة من الرواسم أحادية القيمة التآلفية التبادلية المتصلة نسبياً من النوع u.

باستخدام طريقة المراكز المقاربة أُثبتت نتيجة أفضل نقطة قُرابية لراسم مجموعي غير تمددي ذي مجال غير متراص، أو غير متمدد معرف على زوج قُرابي من المجموعات، وأفضل نقطة قرابية لراسم مجموعي غير متمدد يتبدل مع راسم أحادي القيمة غير متمدد. ختاماً أُعطيت نظرية أفضل نقطة قرابية لرواسم مجموعية غير متمددة معرفة على مجموعات ذات شكل نجمي.

BEST PROXIMITY POINTS AND FIXED POINTS FOR NONLINEAR MAPPINGS

By

Ghada Naif AlNemer

A dissertation submitted for the requirements of the degree of PhD of Science (Mathematics)

Supervised By Prof. Dr. Naseer Shahzad Muhammad Ayub

and

Dr. Maryam Alghamdi

ABSTRACT

Some basic concepts and notions of functional analysis are recalled. A brief discussion on Pompeiu-Hausdorff metric and multivalued mappings are included. Various fixed point theorems for singlevalued as well as multivalued contraction, nonexpansive, continuous and upper semicontinuous mappings are stated. Some salient features of the set of best approximations and metric projection are highlighted. Several notions and results on best proximity points are also presented.

A short proof of a recent result is given. The existence of a best proximity point of a multivalued upper semicontinuous mapping which commutes with a singlevalued relatively u-continuous mapping is established. A common fixed point result for commuting affine relatively u-continuous mappings and an extended version of the Markov-Kakutani theorem for best proximity points are given in strictly convex Banach spaces. A best proximity point theorem is obtained for a multivalued upper semicontinuous mapping which commutes with a family of commuting affine relatively u-continuous mappings.

Using the method of asymptotic centers, a best proximity point result is proved for multivalued nonexpansive mappings having a noncompact domain. The existence of a best proximity point is shown in proximinal pair of sets for multivalued upper semicontinuous or nonexpansive mappings. Best proximity points of multivalued nonexpansive mappings in starshaped sets are also studied.